境界条件

$$rot\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

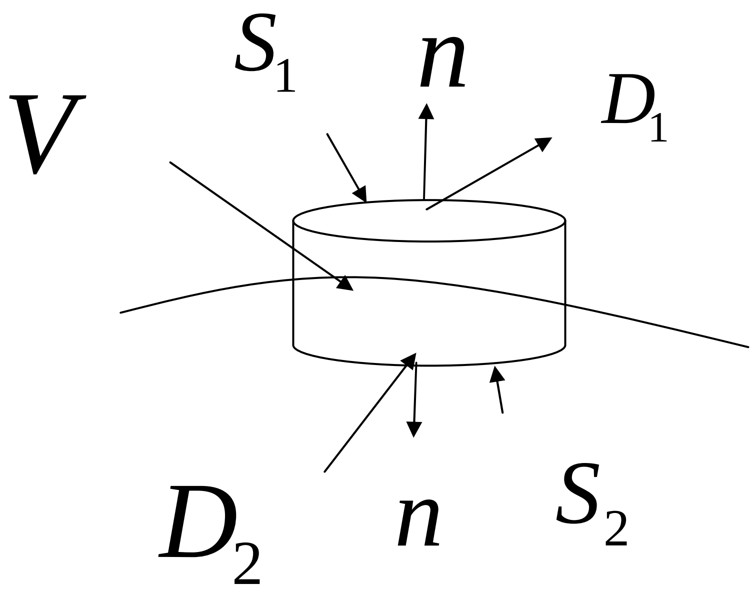
$$rot\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$div\boldsymbol{D} = \rho$$

$$div\boldsymbol{B} = 0$$

電磁界に関するすべての性質はMaxwellの方程式に記述されている。

2層媒質の境界



電束密度

Maxwellの方程式　　$div\mathbf{D} = \rho$

$$\int_{S_0} \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}dS = \int_V \rho dV$$

を媒質境界面を含む微小体積に適用

$$\lim_{\triangle V\to 0}\int_{S_0} \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}dS = \lim_{\triangle V\to 0}\int_V \rho dV$$

$$= \lim_{\triangle V\to 0}\left(\int_{S_1} \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}d\boldsymbol{S} - \int_{S_2} \boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{n}d\boldsymbol{S}\right) = \lim_{\triangle V\to 0}(\boldsymbol{D}_1\cdot\boldsymbol{n} - \boldsymbol{D}_2\cdot\boldsymbol{n})\triangle S$$

$$= \sigma\triangle S$$

これより

$$(\boldsymbol{D}_1 - \boldsymbol{D}_2)\cdot\boldsymbol{n} = \sigma$$

（電束密度の法線方向成分は連続：表面電荷成分だけ不連続）

電界

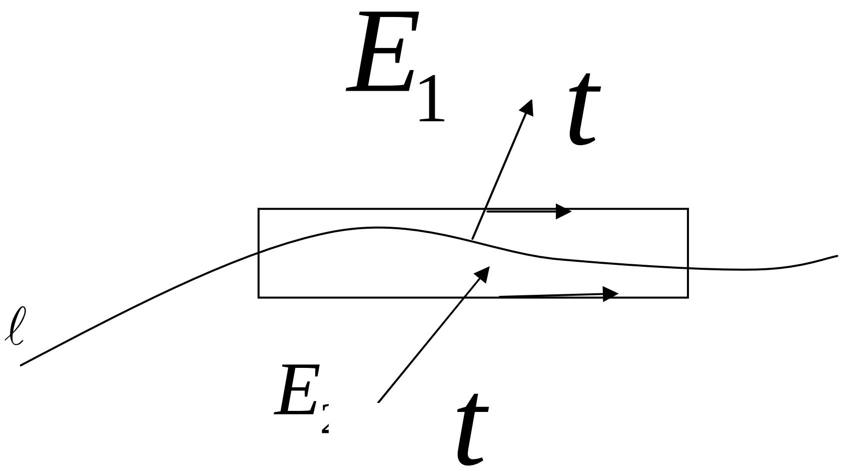
$$rot\mathbf{E}(\mathbf{x},t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{x},t)}{\partial t}$$

を媒質境界面を含む微小閉曲路に適用し

$$\int_{C_0} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = -\frac{d}{dt}\int_S B_n dS$$

$$\lim_{\triangle S\to 0}\int_{C_0} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} = -\lim_{\triangle S\to 0}\frac{d}{dt}\int_S B_n dS = 0$$

$$= \lim_{\triangle S\to 0}\left(\int_{\ell_1} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r} + \int_{\ell_2} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{r}\right) = (\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2)\cdot \boldsymbol{t}\triangle\ell$$



$$(\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2)\cdot \boldsymbol{t} = 0$$

$$\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{E}_1 - \boldsymbol{E}_2) = 0$$

（電界の接線成分は連続）

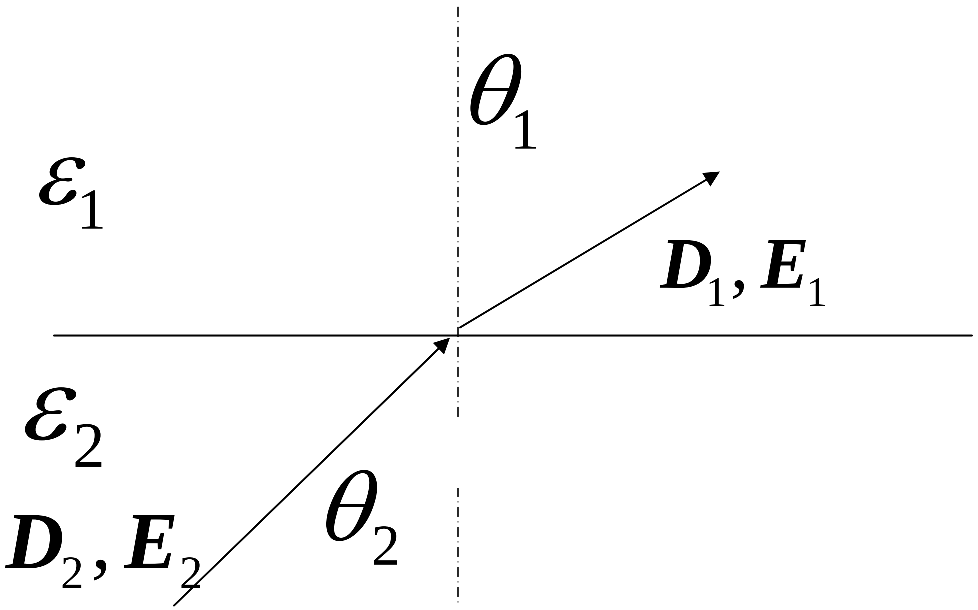
応用：境界面上での電気力線

それぞれの媒質中で

$$\boldsymbol{D}_1 = \varepsilon_1 \boldsymbol{E}_1, \boldsymbol{D}_2 = \varepsilon_2 \boldsymbol{E}_2$$

更に境界条件より

$$\varepsilon_1 E_1 \cos\theta_1 = \varepsilon_2 E_2 \cos\theta_2, E_1 \sin\theta_1 = E_2 \sin\theta_2$$



$$\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

すべての境界条件

$$div\mathbf{D}(\mathbf{x},t)=\rho(\mathbf{x},t)$$

$$div\mathbf{B}(\mathbf{x},t)=0$$

$$rot\mathbf{E}(\mathbf{x},t)=-\frac{\partial\mathbf{B}(\mathbf{x},t)}{\partial t}$$

$$rot\mathbf{H}(\mathbf{x},t)=\frac{\partial\mathbf{D}(\mathbf{x},t)}{\partial t}+\mathbf{i}(\mathbf{x},t)$$

$$(\boldsymbol{D}_1-\boldsymbol{D}_2)\cdot\boldsymbol{n}=\sigma$$

$$(\boldsymbol{B}_1-\boldsymbol{B}_2)\cdot\boldsymbol{n}=0$$

$$\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{E}_1-\boldsymbol{E}_2)=0$$

$$\boldsymbol{n}\times(\boldsymbol{H}_1-\boldsymbol{H}_2)=\boldsymbol{i}$$