6　電流にはたらく磁場の力

6.1　アンペールの力

直線電流について導かれた

$$F = I_1 B, \quad B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{R}$$

を一般化すると

$$\Delta\mathbf{F} = I\Delta\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

（アンペールの力）　　フレミングの左手の法則

アンペールの力

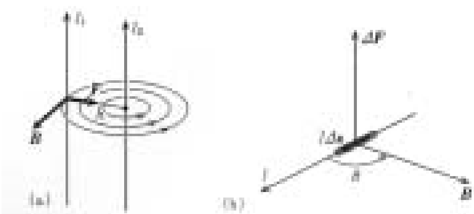


図6.1　アンペールの力　(a)平行電流に作用する力　(b)電流素片に作用するアンペールの力

$$\Delta\mathbf{F} = I\Delta\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

長方形コイルに働くモーメント

面積 S の平面状コイルに流れる電流に磁界が作用する偶力の大きさ

$$N = Fa\sin\theta = IBab\sin\theta = IBS\sin\theta$$

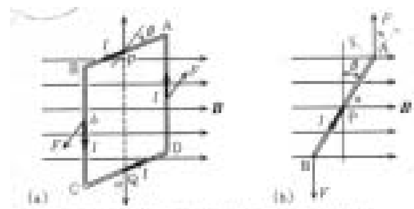


図6.2　長方形コイルに作用する力のモーメント.
(a)導線にはたらく力. (b) (a)を上からみた図

6.2　ローレンツの力

荷電粒子に働く力　$\boldsymbol{F} = e\boldsymbol{E}$

荷電粒子の等速度運動による電流　$I = env$

長さ Δs の電流に働く力

$$\Delta\boldsymbol{F} = I\Delta\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{B} = Nev\Delta\boldsymbol{s}\times\boldsymbol{B} = N\Delta s\cdot e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$$

電荷 e の荷電粒子に働く力

$$\boldsymbol{F} = e\boldsymbol{E} + e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$$

ローレンツの力

磁場中の荷電粒子の円運動

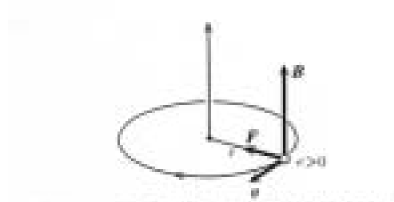
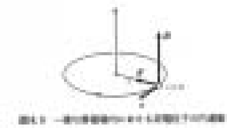


図6.3　一様な静磁場内における荷電粒子の円運動

粒子の運動方程式



$$m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$$ 粒子の運動方程式

粒子が磁界に垂直な平面内で運動するときローレンツ力による求心力で等速円運動をする。

その運動方程式は $$m\frac{v^2}{r} = evB$$

粒子の回転半径は $$r = \frac{mv}{eB}$$

サイクロトロン角振動数

粒子の回転半径は $$r = \frac{mv}{eB}$$

このとき、初速度を変えずに等速運動を続ける。
また角速度

$$\omega_0 = \frac{v_0}{r} = \frac{eB}{m}$$

は半径と無関係である。
サイクロトロン角振動数

6.3　磁荷に作用する力

閉電流と磁気双極子の等価性

アンペールは磁界が閉電流によって発生すると仮定した

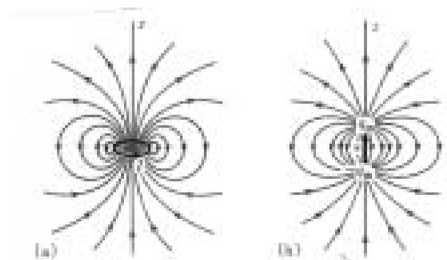


図 6.6　円形電流と磁気双極子のつくる磁場

磁気双極子

点磁荷が存在するとし、磁荷がつくる磁場はクーロンの法則に従うと仮定する。

$$B = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}$$

正負の磁荷を微小距離 s だけ離して置くことで作られる磁場はz軸上z>>sにおいて

$$B = \frac{q_m}{4\pi}\left[\frac{1}{\left(z-\frac{s}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(z+\frac{s}{2}\right)^2}\right] \cong \frac{q_m}{4\pi z^2}\left[\left(1+\frac{s}{z}\right) - \left(1-\frac{s}{z}\right)\right] = \frac{2q_m s}{4\pi z^3} = \frac{1}{4\pi}\frac{2m}{z^3}$$

ここで $m = q_m s$ を磁気双極子モーメントと定義する。

閉電流と磁気双極子

$$B = \frac{1}{4\pi}\frac{2m}{z^3}$$ 磁気双極子のつくる磁束密度

半径aの円形電流が中心軸上につくる磁界は $z >> a$ のとき

$$B(z) = \frac{\mu_0 I a^2}{2\left(z^2+a^2\right)^{3/2}} \cong \frac{\mu_0 I a^2}{2z^3} = \frac{1}{4\pi}\frac{2\mu_0 I\pi a^2}{z^3}$$

である。磁気双極子がつくる磁界と比較することで $m = \mu_0 IS$ として円形電流と磁気双極子がつくる磁界が一致する。

円形電流の囲む面積 $S = \pi a^2$ は円形でなくても成立する。
ここで $m = q_m s$ が磁気双極子モーメント

磁荷に作用する力

磁場中に置かれた閉電流に作用するモーメントを
磁荷を使って書き直すと

$$N = IBS\sin\theta = \mu_0 ISH\sin\theta = mH\sin\theta = q_m sH\sin\theta$$

ただし　$m = \mu_0 IS = q_m s$　を利用した

磁気双極子モーメントに作用

$$N = Fs\sin\theta$$

と比較して

$$\boldsymbol{F} = q_m\boldsymbol{H}$$

クーロンの法則

$$\boldsymbol{F} = q_m\boldsymbol{H}$$

電荷に作用する力$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$　との対比から磁荷と磁界の強さ　$\boldsymbol{H}$　の対応がつけられた。

$$\boldsymbol{B} = \mu_0\boldsymbol{H}$$

（真空中）

磁界に関するクーロンの法則

$\boldsymbol{H}$　が磁荷　Q_m　によってつくられたとすれば点磁荷がつくる磁界は距離の２乗に逆比例するとして

$$H = \frac{B}{\mu_0} = \frac{Q_m}{4\pi\mu_0}\frac{1}{r^2}$$

であるから、

$$F = q_m H = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_m Q_m}{r^2}$$

が導かれる。これは磁界に関するクーロンの法則である。