

定常電流

定常電流とその保存則

$$I = \int_S i_n dS = \iint \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} dS$$

電流密度とある断面を通過する電流

$$\mathbf{i}(\mathbf{t}, \mathbf{x}) = \mathbf{i}(\mathbf{x})$$

定常電流：時間と共に変化しない電流：

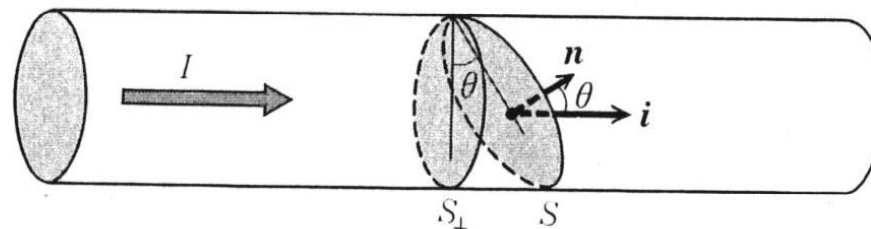


図 4.1 電流の強さと電流密度

導線を通過する定常電流の強さ

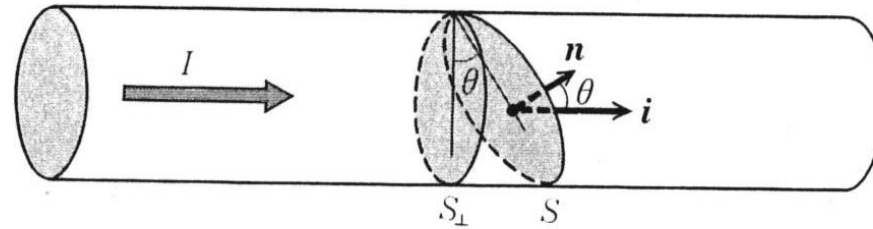


図 4.1 電流の強さと電流密度

導線を通過する定常電流の強さは導線上のどの断面をとっても一定である。

$$I = \int_{S_1} i_n dS = \int_{S_2} i_n dS$$

定常電流の保存則

$$\int_{S_0} i_n dS = \iint \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} dS = \iiint \operatorname{div} \mathbf{i} dV = 0$$

閉曲面について

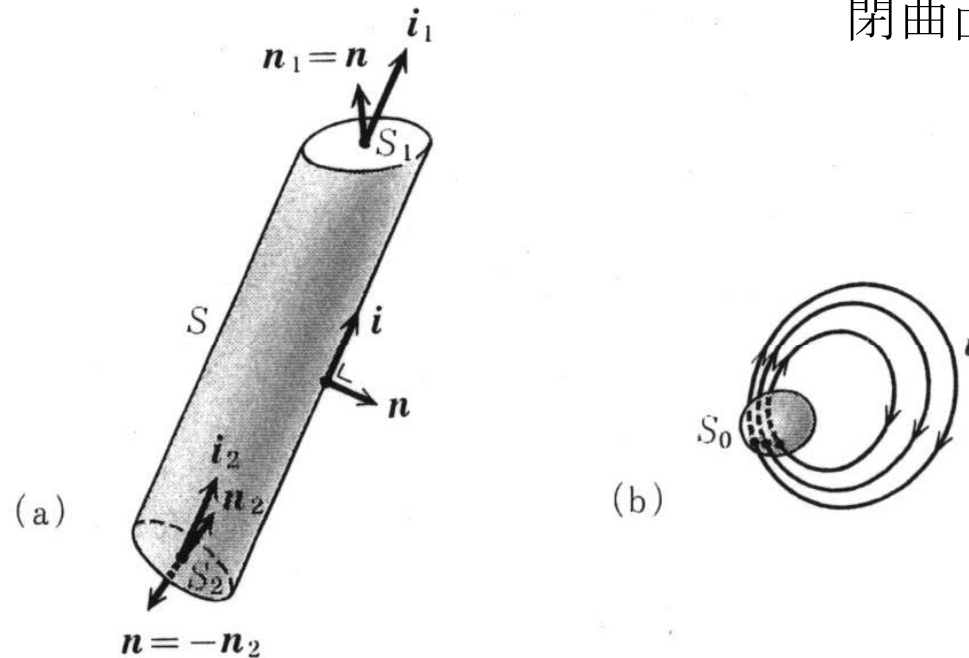


図 4.2 定常電流の保存則. (a)定常電流の保存.
(b)閉じた電流線

定常電流の保存則

閉曲面について

$$\int_{S_0} i_n dS = \iint \mathbf{i} \cdot \mathbf{n} dS = \iiint \operatorname{div} \mathbf{i} dV = 0$$

: 定常電流の保存則

これより $\operatorname{div} \mathbf{i} = 0$

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$

(定常電流の場合：キルヒホッフの第1法則：)

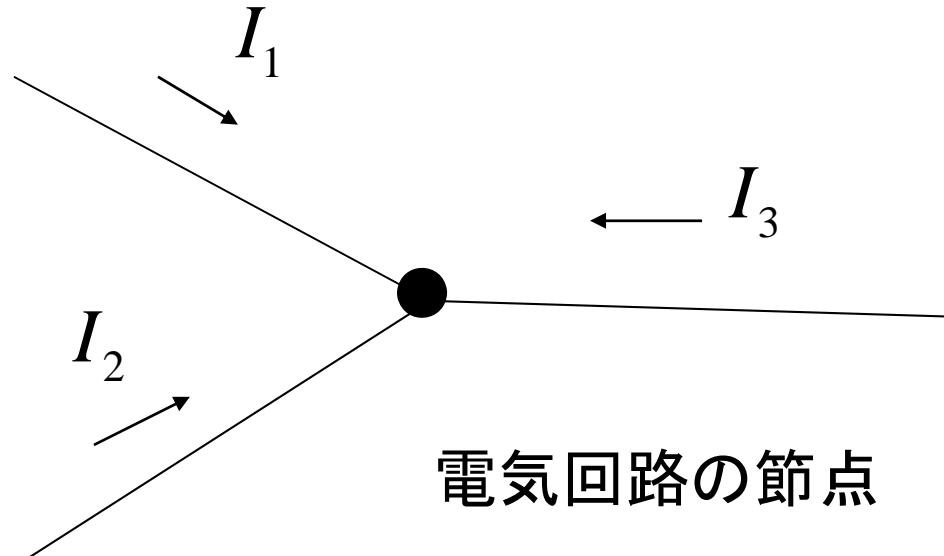
(時間変化のある場合：電流電荷連続の式：電荷保存則)

$$\operatorname{div} \mathbf{i} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

キルヒホッフの第1法則

$$\mathit{div} \mathbf{i} = 0$$

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0$$



オームの法則と起電力

オームの法則が発見を阻んだ要因：
電池の安定性,内部抵抗

高校で教えるオームの法則

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\phi(A) - \phi(B)}{R}$$

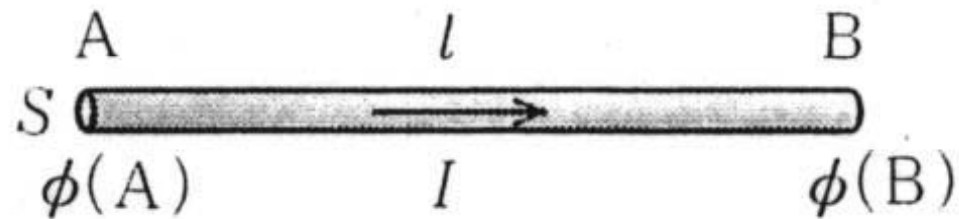


図 4.3 オームの法則

オームの法則の微分形式

$$i\Delta S = \frac{\Delta\phi}{\Delta R}, \Delta R = \frac{1}{\sigma} \frac{\Delta\ell}{\Delta S}, E = \frac{\Delta\phi}{\Delta\ell}$$

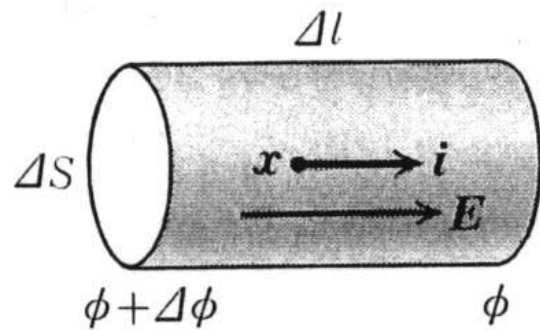


図 4.4 オームの法則の微分形式

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \text{ (S / m)}$$

導電率

オームの法則の一般形

$$I = \frac{V}{R} = \frac{\phi(A) - \phi(B)}{R} \quad : \text{高校のオームの法則}$$

$$\rho(\Omega \cdot m) \quad : \text{抵抗率}, \sigma = \frac{1}{\rho} (S / m) \quad : \text{導電率}$$

$$i\Delta S = \frac{\Delta\phi}{\Delta R}, \Delta R = \frac{1}{\sigma} \frac{\Delta\ell}{\Delta S}, E = \frac{\Delta\phi}{\Delta\ell} \quad \text{を用いて}$$

$$\mathbf{i}(\mathbf{x}) = \sigma \mathbf{E}(\mathbf{x}) \quad : \text{オームの法則の一般形}$$

電界中の電子の運動方程式

電界中の電子の運動方程式

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E} - \frac{m}{\tau} \mathbf{v}$$

ただし : τ 緩和時間

定常状態で

$$\mathbf{v} = \frac{e\tau}{m} \mathbf{E}$$

電子による電流密度

$$\mathbf{i} = en\mathbf{v} = \left(\frac{ne^2\tau}{m} \right) \mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$$

電子の移動速度

断面積 1mm^2 の導線に 1A の電流を流したとき

電子の移動速度は

$$v = 7.4 \times 10^{-5} (\text{m} / \text{s}) = 0.074 (\text{mm} / \text{s})$$

起電力

起電力： 導線の中に電流を流す“力”
単位電荷量のある電位に持ち上げる仕事量 (V)

起電力の種類：

電池(化学的エネルギー)、電磁誘導、アンテナ

起電力

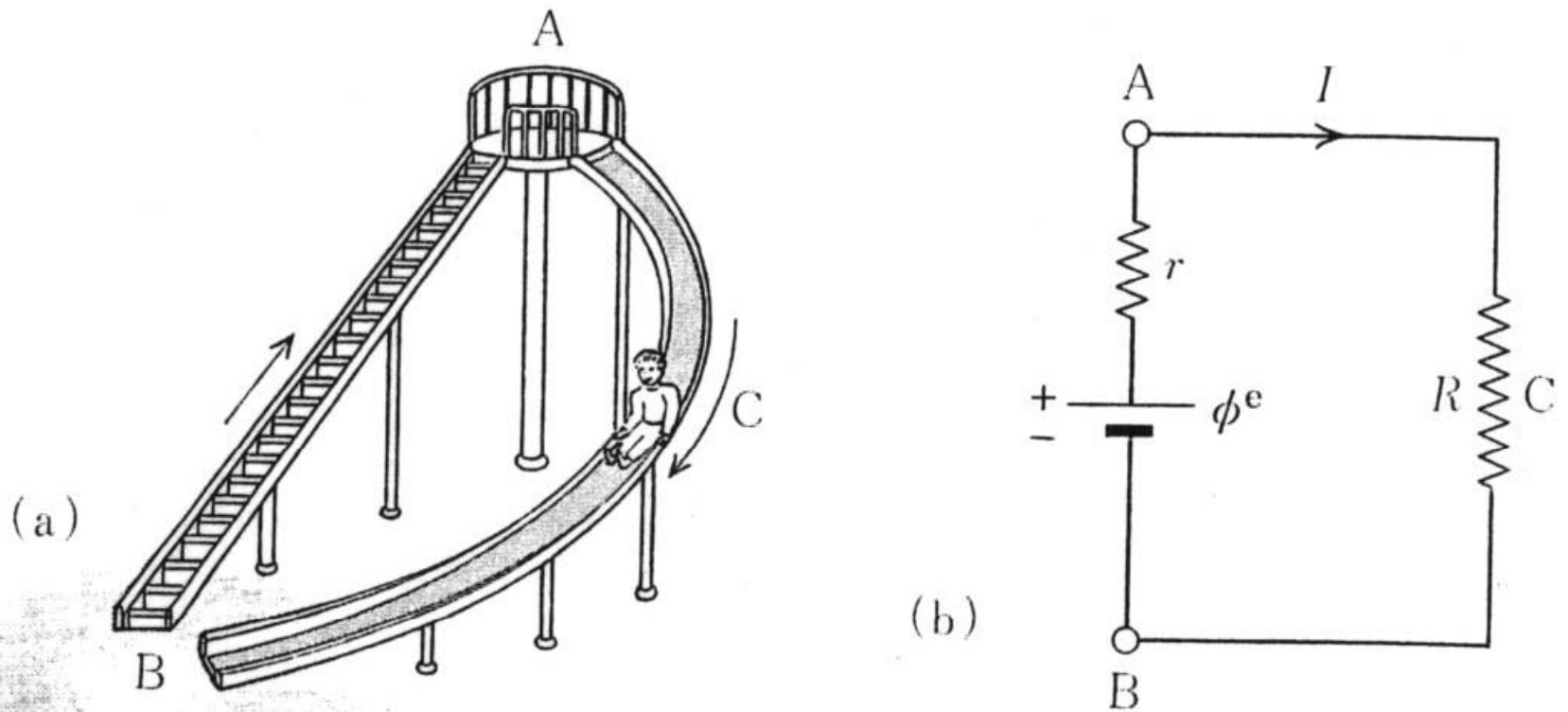


図 4.5 起電力. (a)子供のスベリ台. (b)電流回路

起電力と電圧降下

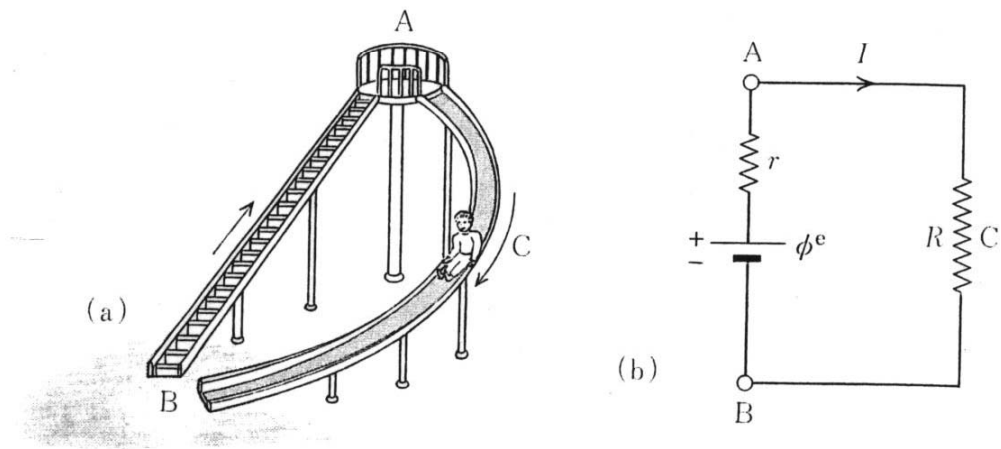


図 4.5 起電力. (a)子供のスベリ台. (b)電流回路

$$V = \phi^e - rI = RI$$

キルヒホッフの第2法則

電圧降下：

オームの法則により発生する電位差であり、定常電流を流すためには起電力と釣り合う必要がある。

$$V = \phi^e - rI = RI$$

$$\phi^e = \sum_{i=1}^n R_i \quad : \quad \text{キルヒホッフの第2法則}$$

導体中の定常電流界

電気回路網理論は基本的に定常電流界で説明できる。

導体中の定常電流界

$\mathit{rot}\mathbf{E} = 0$ は成立する保存場であるから

$\mathbf{E} = -\mathit{grad}\phi$ が成立する。

静電界と定常電流界のアナロ
ジー

$$\mathbf{E} = -grad\phi$$

$$\mathbf{E} = -grad\phi$$

$$div\mathbf{D} = \rho$$

$$div\mathbf{i} = \mathbf{i}_0$$

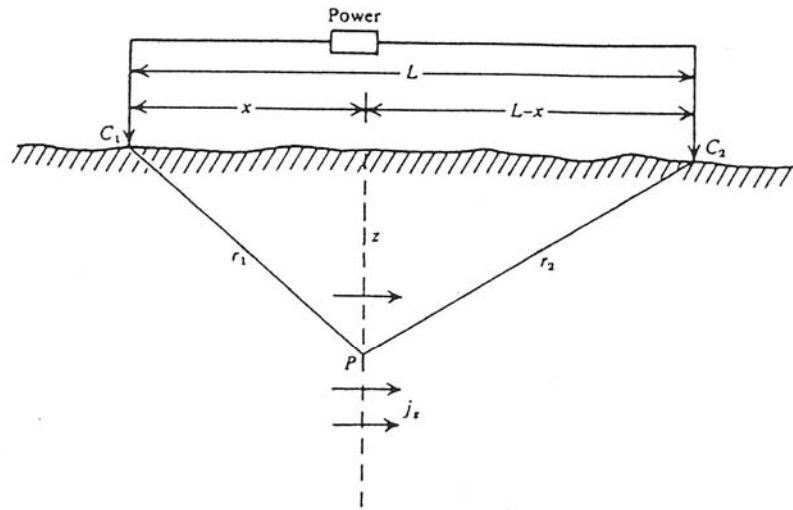
$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}$$

$$\mathbf{i} = \sigma\mathbf{E}$$

$$\Delta\phi(x) = -\frac{\rho(x)}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta\phi(x) = -\frac{\mathbf{i}_0(x)}{\sigma}$$

電気探査による地下計測



地表面に電極を設置し、地中に電流を流しながら、地表面で電位を計測する。電位分布から地中の導電率を推定する。導電率分布は地層構造や、地下水など地中水分率を反映している。

Fig. 8.7 Determining the current density in uniform ground below two surface electrodes.

電気探査装置

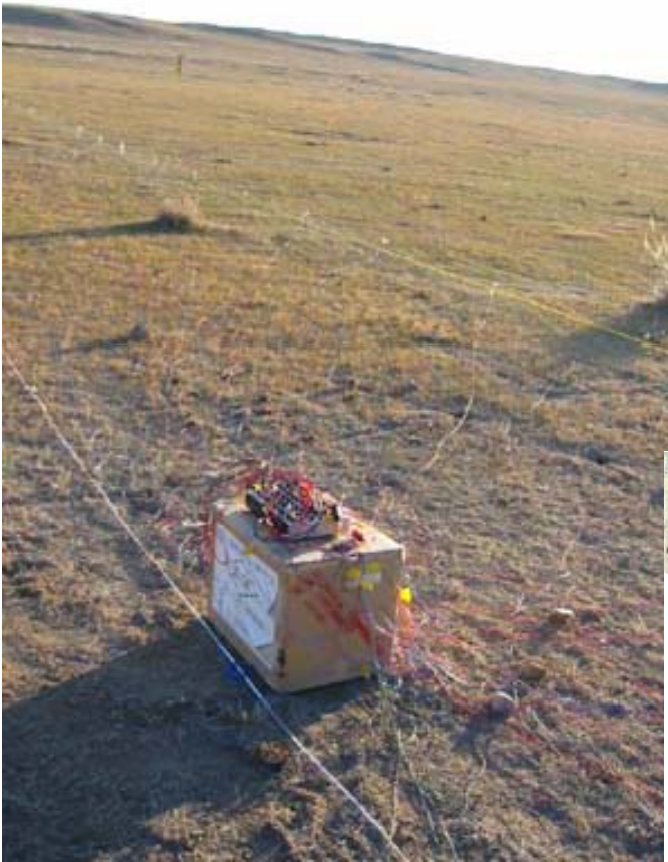


図3 電気探査用の電極とターミナルボックス

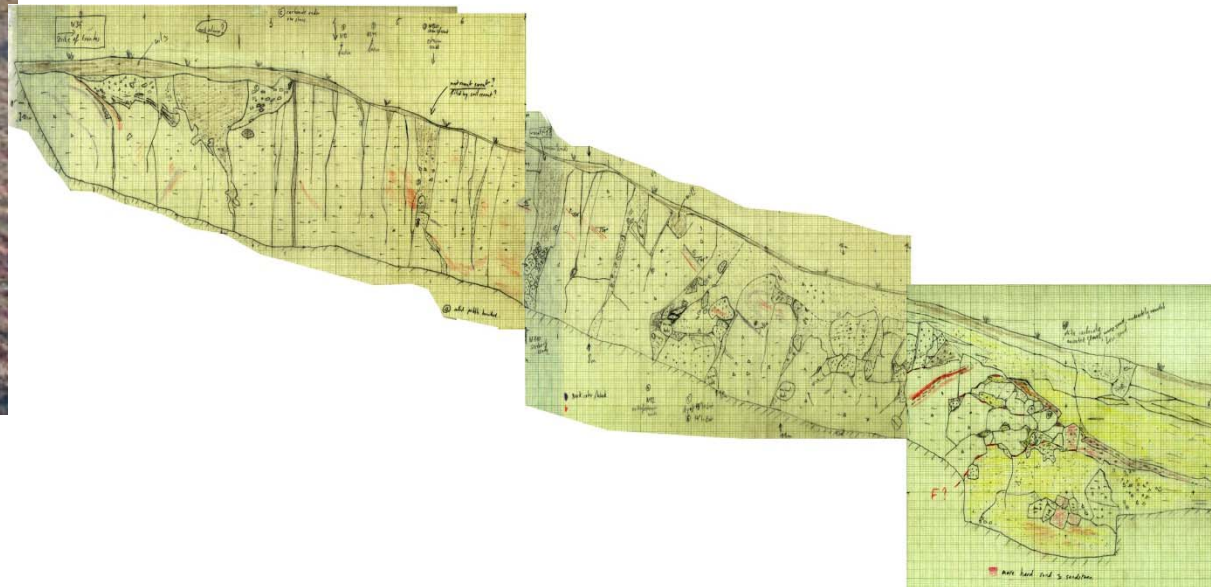
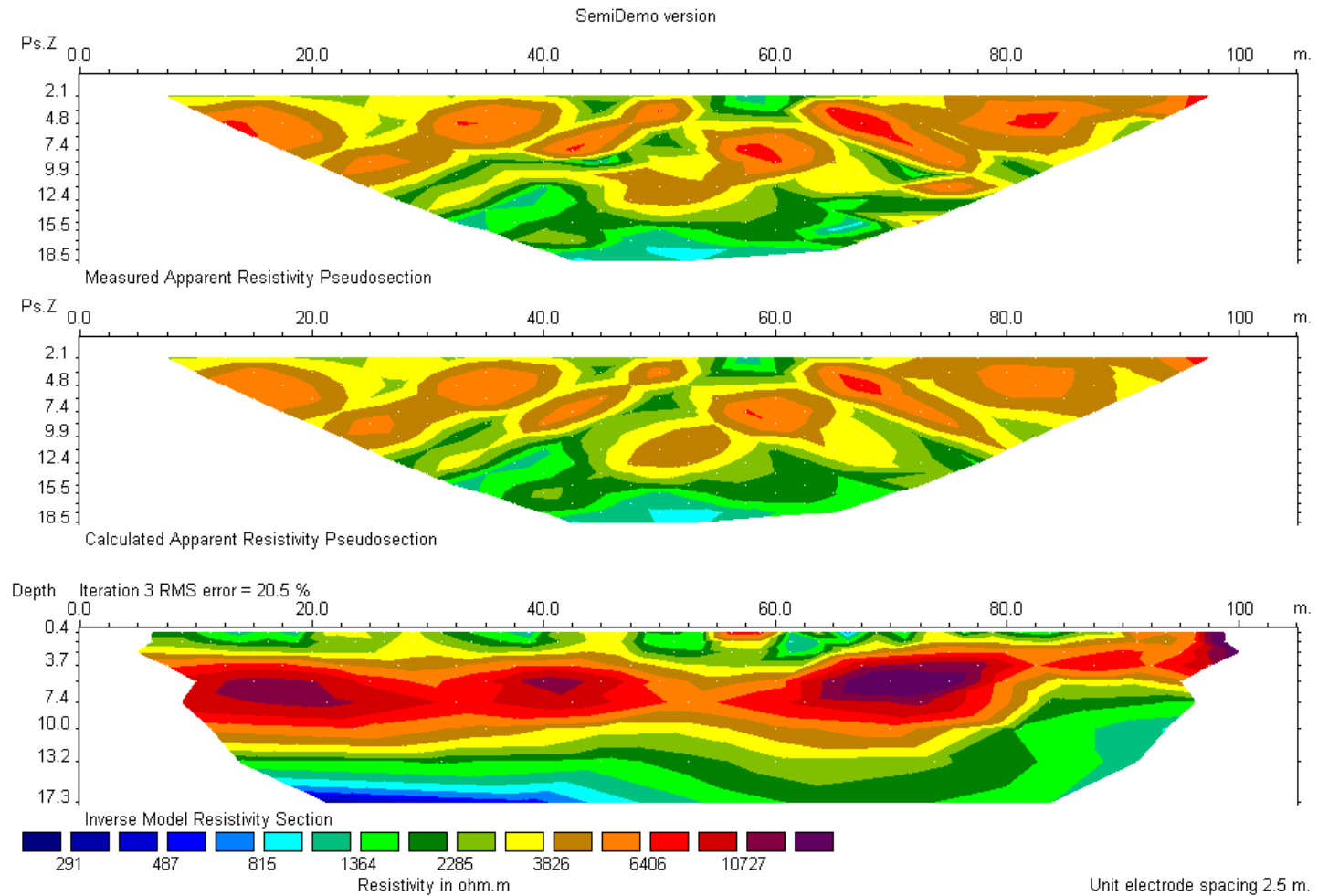


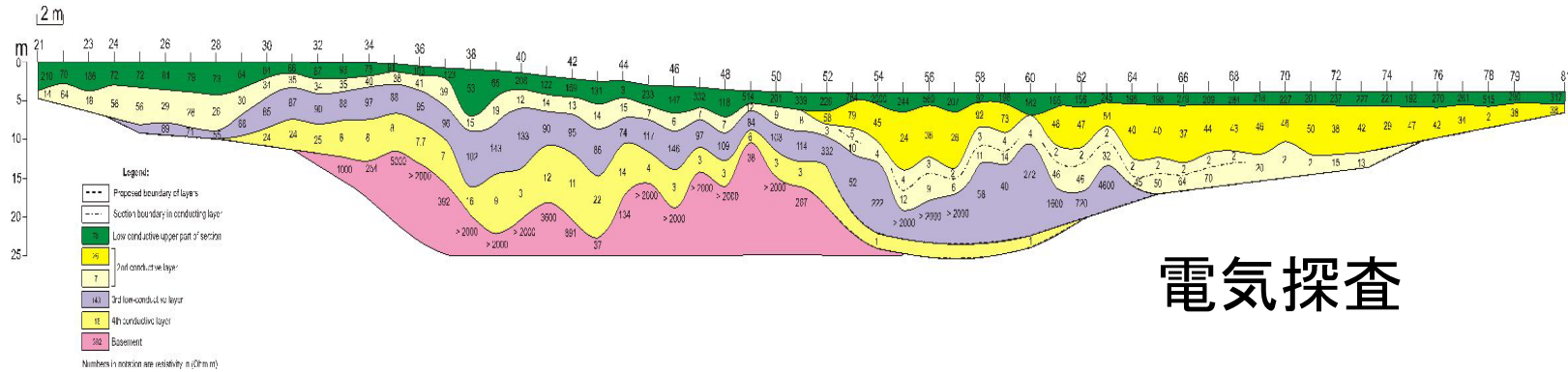
図4 トレンチで目視によって観察した地層図

電気探査による地下構造の推定

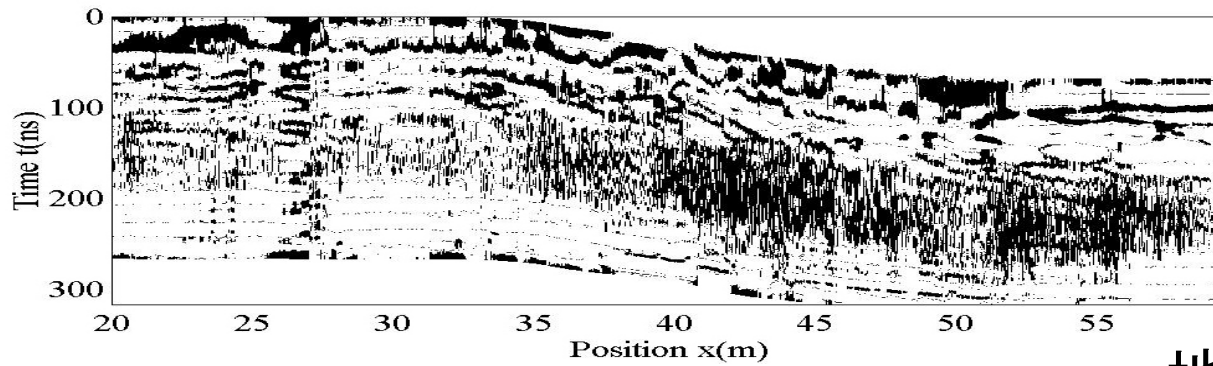


Deren Fault GOBI-Mongolia

Geoelectrical section

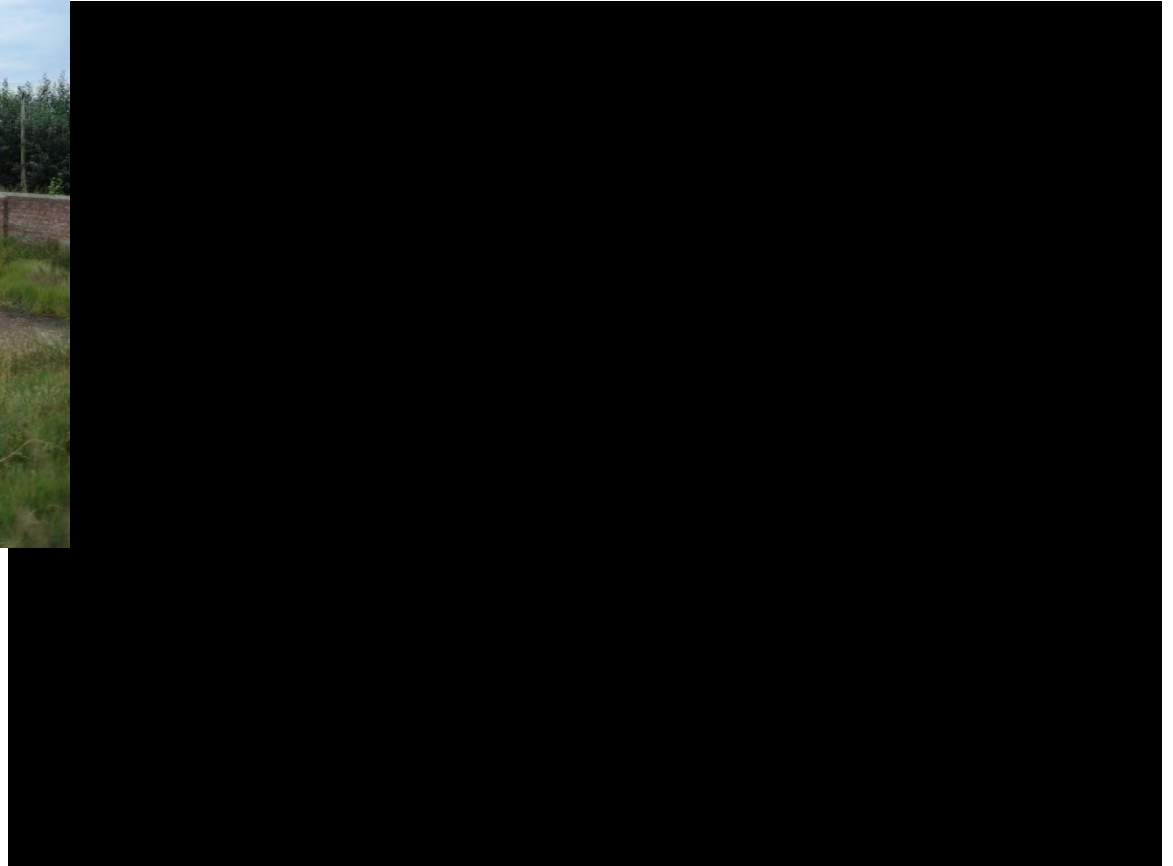


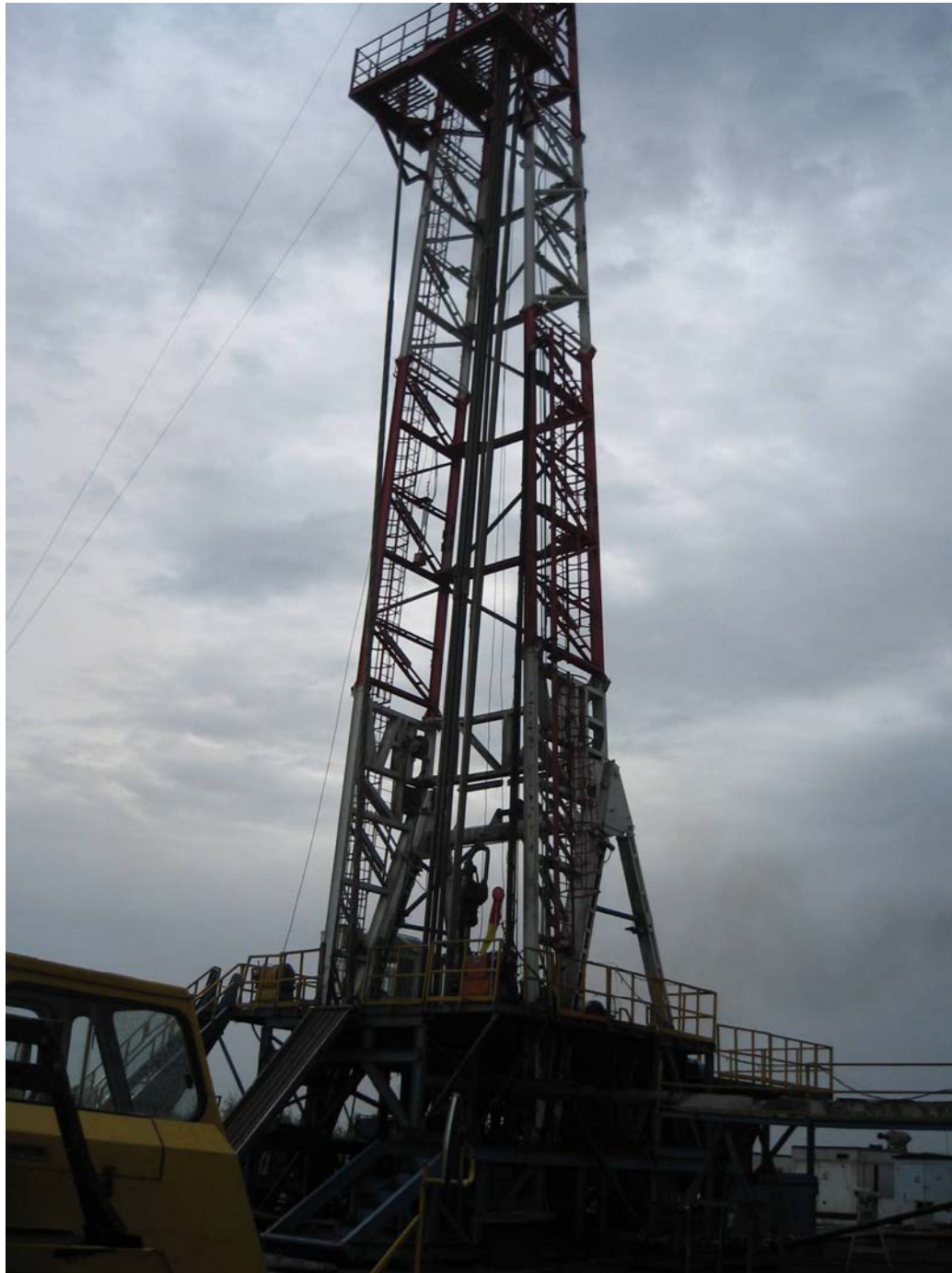
電気探査



地中レーダ探査

石油のポンプによる汲み上げ





電気検層

石油探査や地熱貯留層探査をするために地中の岩石や地層の電気抵抗を計測する手法が用いられている。地表から地中を計測する方法が電気探査、ボアホール中で計測する方法を電気検層と呼ぶ。定常電流界を工学的に利用している例である。

定常電流界の代わりに電波を使う方法が地中レーダである。地中レーダも地表から計測する場合と、ボアホールを利用するボアホールレーダがある。

電氣檢層裝置

