電磁波

Maxwellの方程式

$$rot\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$ ファラデーの法則

$$rot\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$ アンペアの法則

$$div\boldsymbol{D} = \rho$$ 電界に関するガウスの法則

$$div\boldsymbol{B} = 0$$ 磁界に関するガウスの法則

構成方程式

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}$$

比誘電率，比透磁率

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\,(\mathrm{F/m})$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,(\mathrm{H/m})$$

$$\mu = \mu_r \mu_0 \cong \mu_0$$

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E}$$

オームの法則

自由空間（真空）中のMaxwellの方程式

$$rot\boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$$

$$rot\boldsymbol{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

$$div\boldsymbol{E} = 0$$

$$div\boldsymbol{H} = 0$$

４つの式をE,Hに関する連立方程式として解く

ーー＞波動方程式

波動方程式の導出（ベクトル数学）

両辺にrot

$$rot\boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} \longrightarrow rot(rot\boldsymbol{E}) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} rot\boldsymbol{H}$$

$$rot\,(rot\boldsymbol{E}) = grad\ div\boldsymbol{E} - \triangle\boldsymbol{E} = -\triangle\boldsymbol{E}$$

$$-\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} rot\boldsymbol{H} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta\boldsymbol{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$$

波動方程式

波動方程式

$$\Delta \boldsymbol{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0 \qquad \Delta \boldsymbol{H} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{H}}{\partial t^2} = 0$$

直交座標系では

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 0$$

平面波の導出

仮定

(1) : 波動は z方向に伝搬する

(2) : 波動はx-y平面内で一様である.

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = 0$$

Maxwellの方程式に戻る

$div\boldsymbol{E}=0$　　に前記条件を入れて

$$div\boldsymbol{E}=\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z}=\frac{\partial E_z}{\partial z}=0$$

z方向の変化があることを認めるためには　$E_Z=0$

つまり電界z成分は存在しない

電磁波は横波である

スカラー波動方程式

$$\Delta u(x,y,z,t) = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(x,y,z,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}$$ 1次元の場合

$$u(z,t) = u^{+}(z-ct) + u^{-}(z+ct)$$

電界と磁界の関係

$$E_x(z,t) = f_1(z-ct) + f_2(z+ct)$$

電界として上式を仮定し

$$rot\boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$$

に代入すれば次式を得る。

$$H_y(z,t) = \frac{1}{\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}}\left\{ f_1(z-ct) - f_2(z+ct)\right\}$$

$$= \frac{1}{\eta_0}\left\{ f_1(z-ct) - f_2(z+ct)\right\}$$

スカラー波動方程式の一般解としての平面波

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$$E_x = f_1(z - ct) + f_2(z + ct)$$

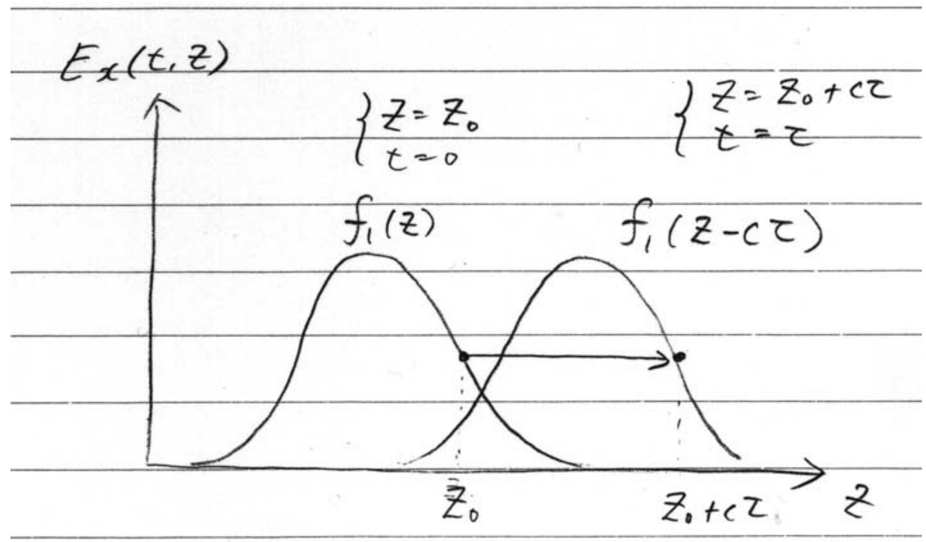
$$H_y = \frac{1}{\eta_0}\left\{ f_1(z - ct) - f_2(z + ct) \right\}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3 \times 10^8 (m/s)$$ 速度

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cong 376.6 \cong 120\pi$$

固有インピーダンス；
電界と磁界の比

波動の移動



$$E_x = f_1(z - ct) + f_2(z + ct)$$

$$z - ct = \text{constant}$$

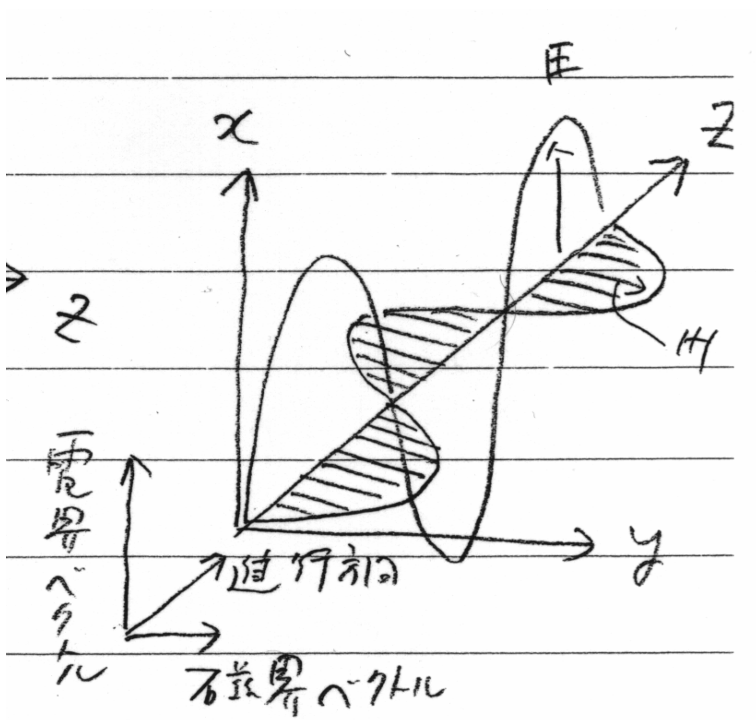
$$\text{z=constant} + c$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = c$$

電界と磁界

$$E_x = f_1(z-ct) + f_2(z+ct)$$

$$H_y = \frac{1}{\eta_0}\left\{ f_1(z-ct) - f_2(z+ct) \right\}$$



$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cong 376.6 \cong 120\pi$$

真空の特性インピーダンス

定常状態での波動方程式の解

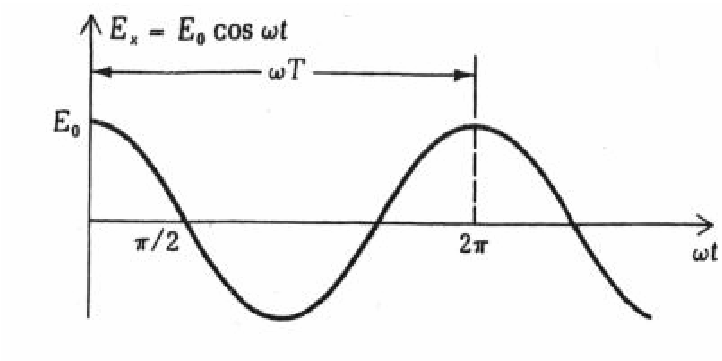
$$\Delta U(x) = -\frac{\omega^2}{v^2}U(x) \xrightarrow[\text{一次元}]{} \frac{\partial^2 U(x)}{\partial x^2} = -\frac{\omega^2}{v^2}U(x)$$

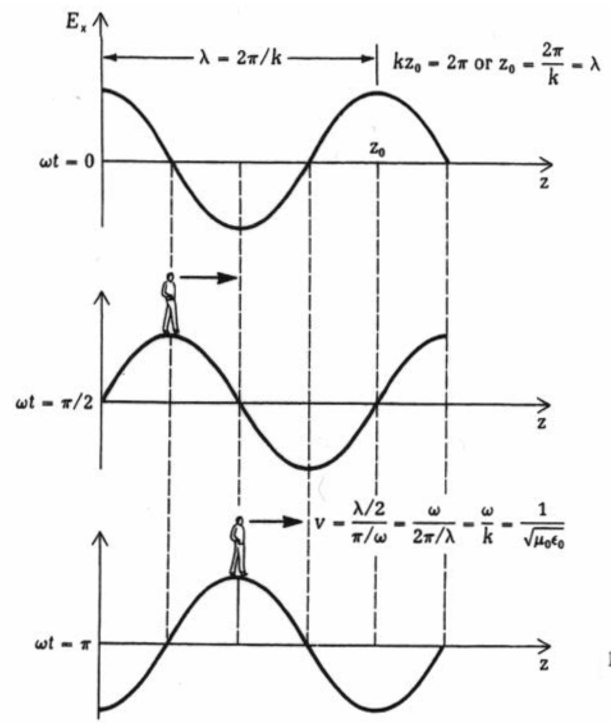
$$U(x) = e^{\lambda x} \qquad \lambda^2 = -\frac{\omega^2}{v^2}$$

$$k = \pm j\lambda = \pm\frac{\omega}{v}$$ 波数

$$U(x) = U_1 e^{-jkx} + U_2 e^{+jkx}$$

時間—空間での波動の伝搬





$$E_x(z,t) = \mathrm{Re}\left\{\left(A_1 e^{-jkz} + A_2 e^{+jkz}\right) e^{j\omega t}\right\}$$

$$= A_1 \cos(\omega t - kz) + A_2 \cos(\omega t + kz)$$

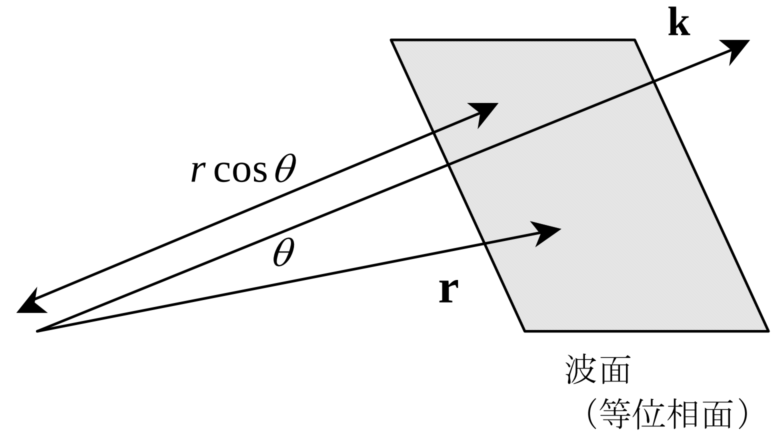
$$\omega t - kz = \mathrm{a constant}$$

電磁波　（より一般的な導出：砂川電磁気学）

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{x},t) = \mathbf{e}^{(1)} E_0 \cos(\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{x} - \omega t)$$

$$\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{x} - \omega t$$ ：波の位相

等位相面



位相が一定値 α をとるとき、

$$\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}=\alpha+\omega t$$

が成立する。ここで時刻 $t=t_1$ と固定したとき

$$\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}=\alpha+\omega t_1$$

を満足する $\mathbf{r}$ はベクトル $\mathbf{k}$ に垂直な平面を形成する。

電界の方向

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{x},t)=\mathbf{e}^{(1)}E_0\cos(\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{x}-\omega t)$$

を　$div\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=0$　に代入すると

$$div\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=(\frac{\partial E_x}{\partial x}+\frac{\partial E_y}{\partial y}+\frac{\partial E_z}{\partial z})$$

$$=(e_x^{(1)}k_x+e_y^{(1)}k_y+e_z^{(1)}k_z)E_0\cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)$$

$$=-(\mathbf{e}^{(1)}\cdot\mathbf{k})\sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)=0$$

これより　$\mathbf{e}^{(1)}\cdot\mathbf{k}=0$

電磁界方向

$$div\mathbf{B}(\mathbf{r},t) = -(\mathbf{e}^{(2)}\cdot\mathbf{k})\sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t) = 0$$

$$\mathbf{e}^{(1)}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{e}^{(2)}\cdot\mathbf{k} = 0$$ 電界、磁界は互いに直交

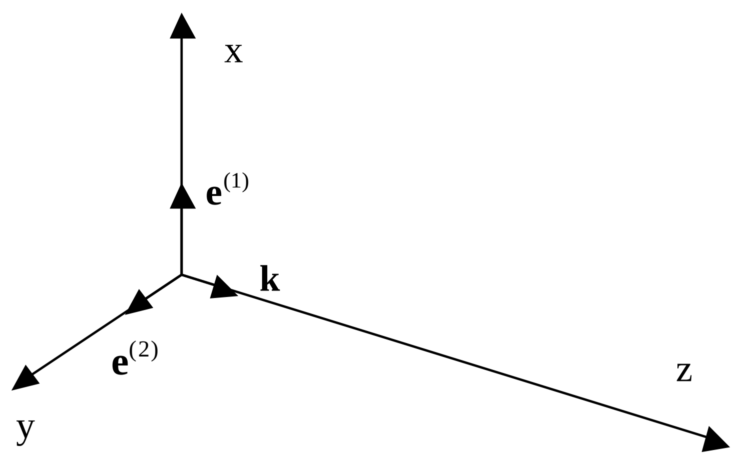
更に $rot\boldsymbol{E} = -\dfrac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$ より

$$H_0\mathbf{e}^{(2)} = \mathbf{k}\times\mathbf{e}^{(1)}\frac{E_0}{\eta_0}$$

電界、磁界、進行方向が互いに直交

電界･磁界と電磁波進行方向

$$\mathbf{e}^{(1)} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{e}^{(2)} \cdot \mathbf{k} = 0 \quad H_0 \mathbf{e}^{(2)} = \mathbf{k} \times \mathbf{e}^{(1)} \frac{E_0}{\eta_0}$$



電磁波とスペクトラム

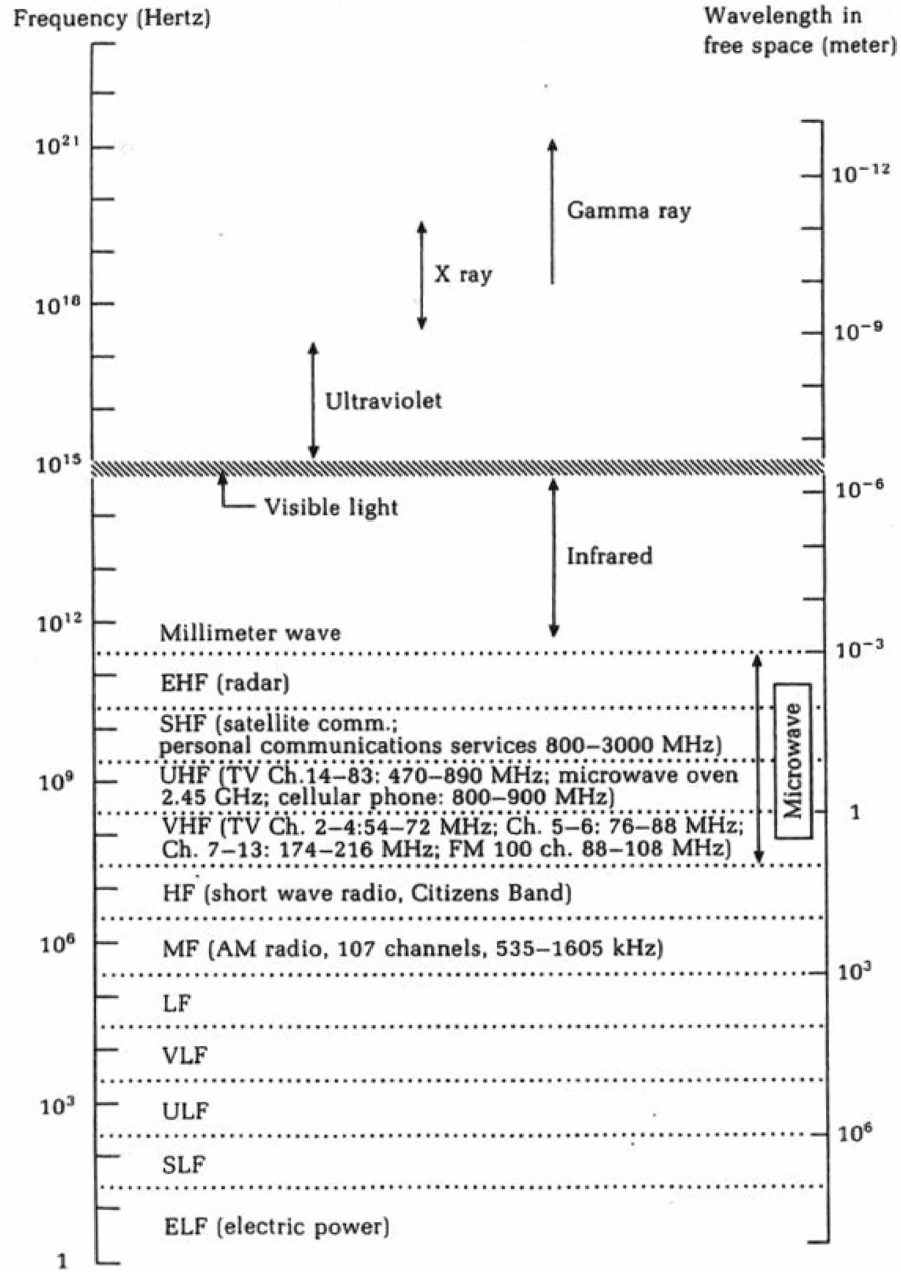
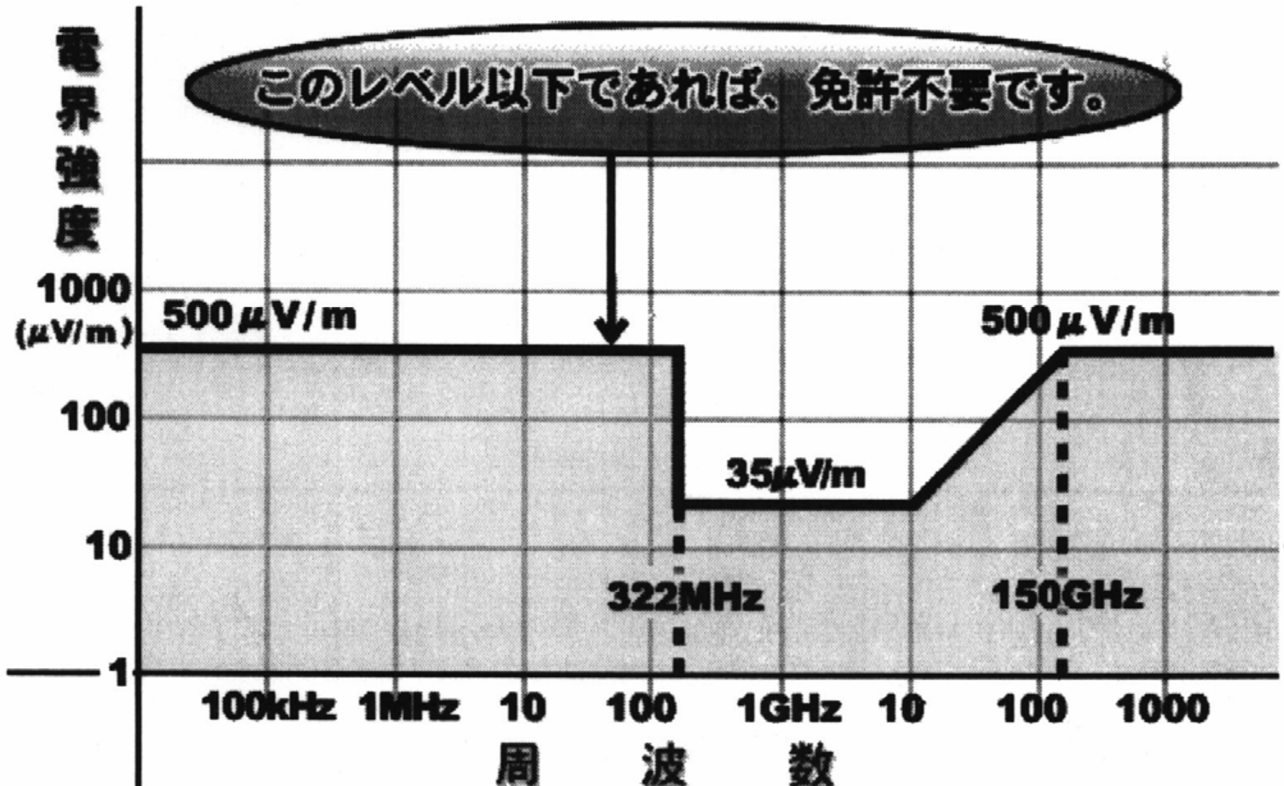


Figure 3.1 Electromagnetic spectrum.

微弱無線局の規定

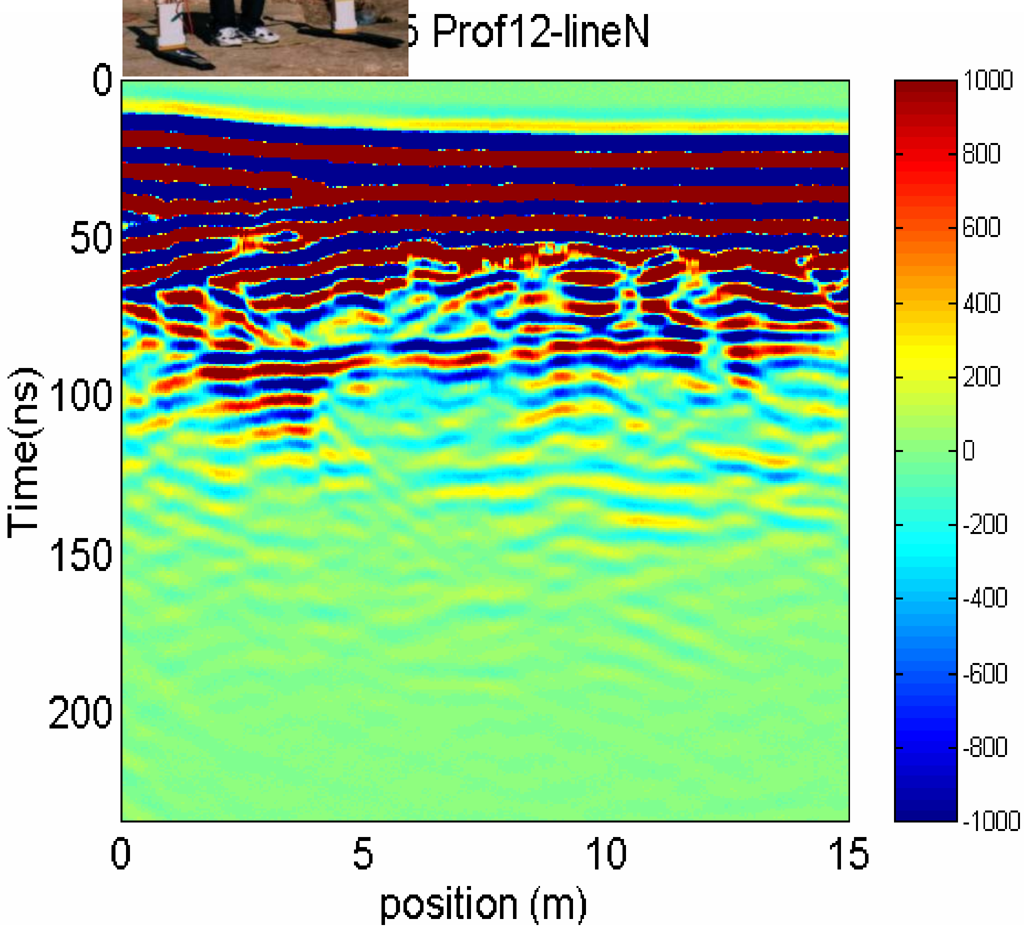
1. 無線設備から3メートルの距離での電界強度（電波の強さ）が、次の図に示されたレベルより低いものであれば、無線局の免許を受ける必要はありません。
　周波数や用途など制限はありません。

【図：微弱無線局の3mの距離における電界強度の許容値】



2. 無線設備から500メートルの距離での電界強度（電波の強さ）が、200μV／m以下のもので、周波数などが郵政省告示で定められている無線遠隔操縦を行うラジコンやワイヤレスマイク用などのものは、無線局の免許を受ける必要はありません。

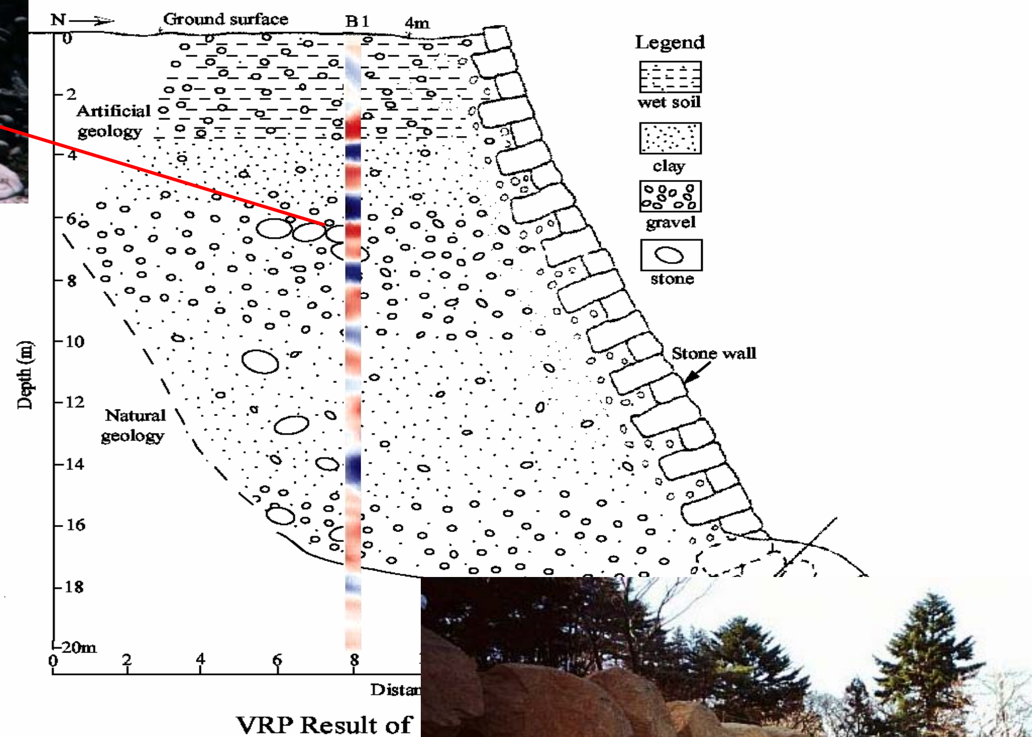
地中レーダの計測法


5 Prof12-lineN
Time(ns)
0
50
100
150
200
position (m)
0
5
10
15
1000
800
600
400
200
0
-200
-400
-600
-800
-1000

仙台城

仙台城石垣調査　2000年7月ー10月

レーダ測定に基づく予想断面図



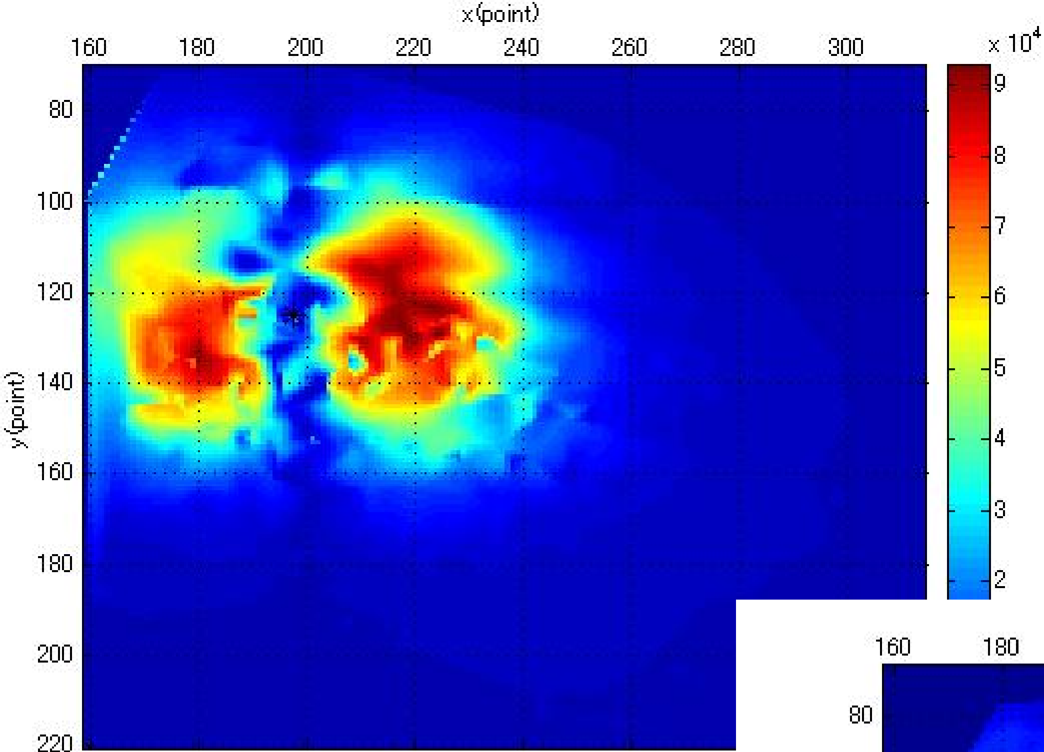
1997年に実施した地中レーダ調査で、開削前に石組みを見つけることができました

アフガニスタンテスト　2004年12月

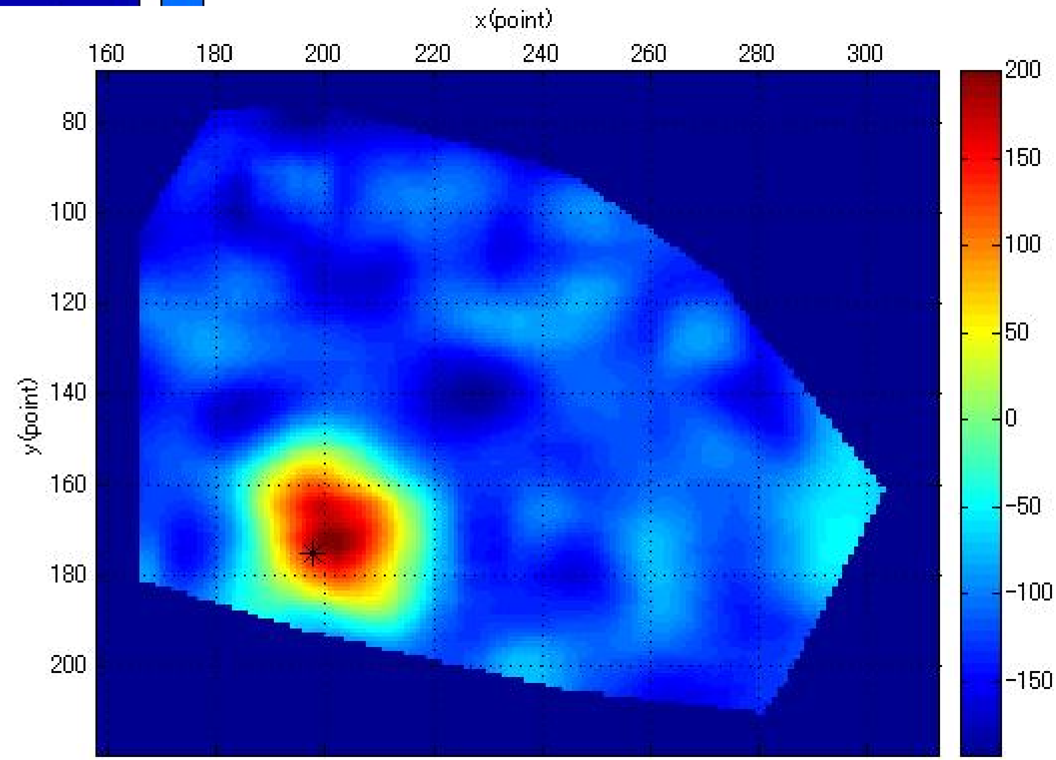
ALIS の操作

ALIS：
•金属探知機(MD)
•地中レーダ(GPR)
の複合センサ：
デュアルセンサ

地雷検知例



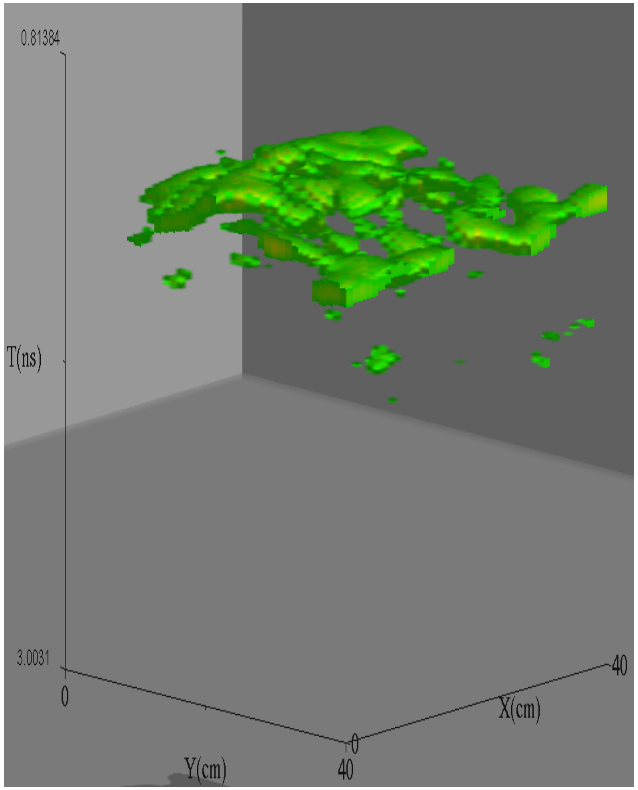
金属探知機



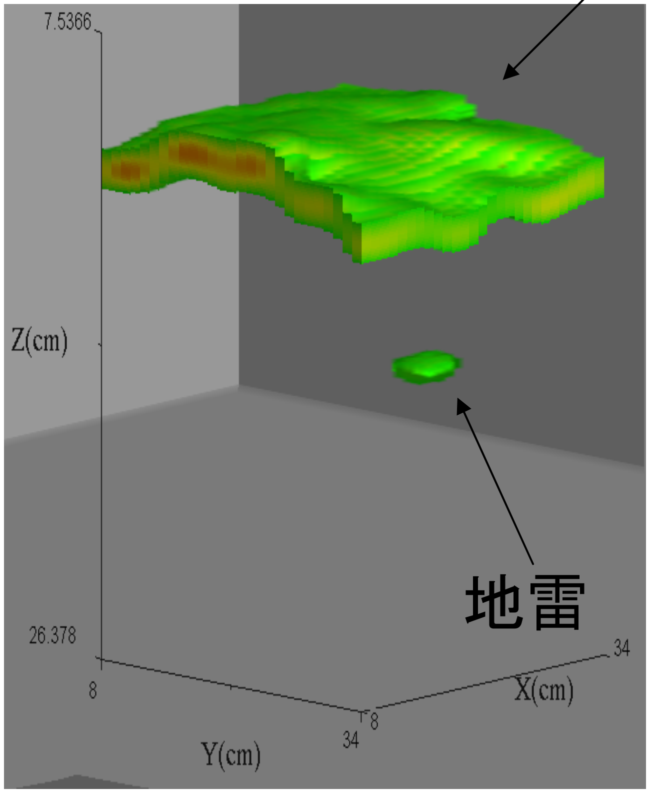
地中レーダ

ロボット搭載用
地雷検知センサ

地中レーダ3次元　表示

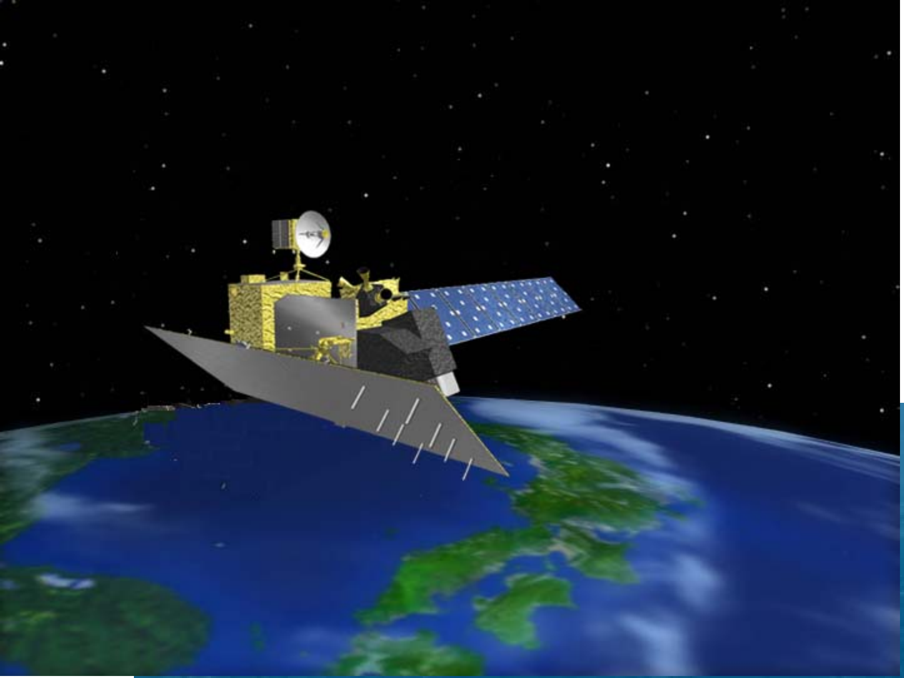


生波形



SAR-GPR

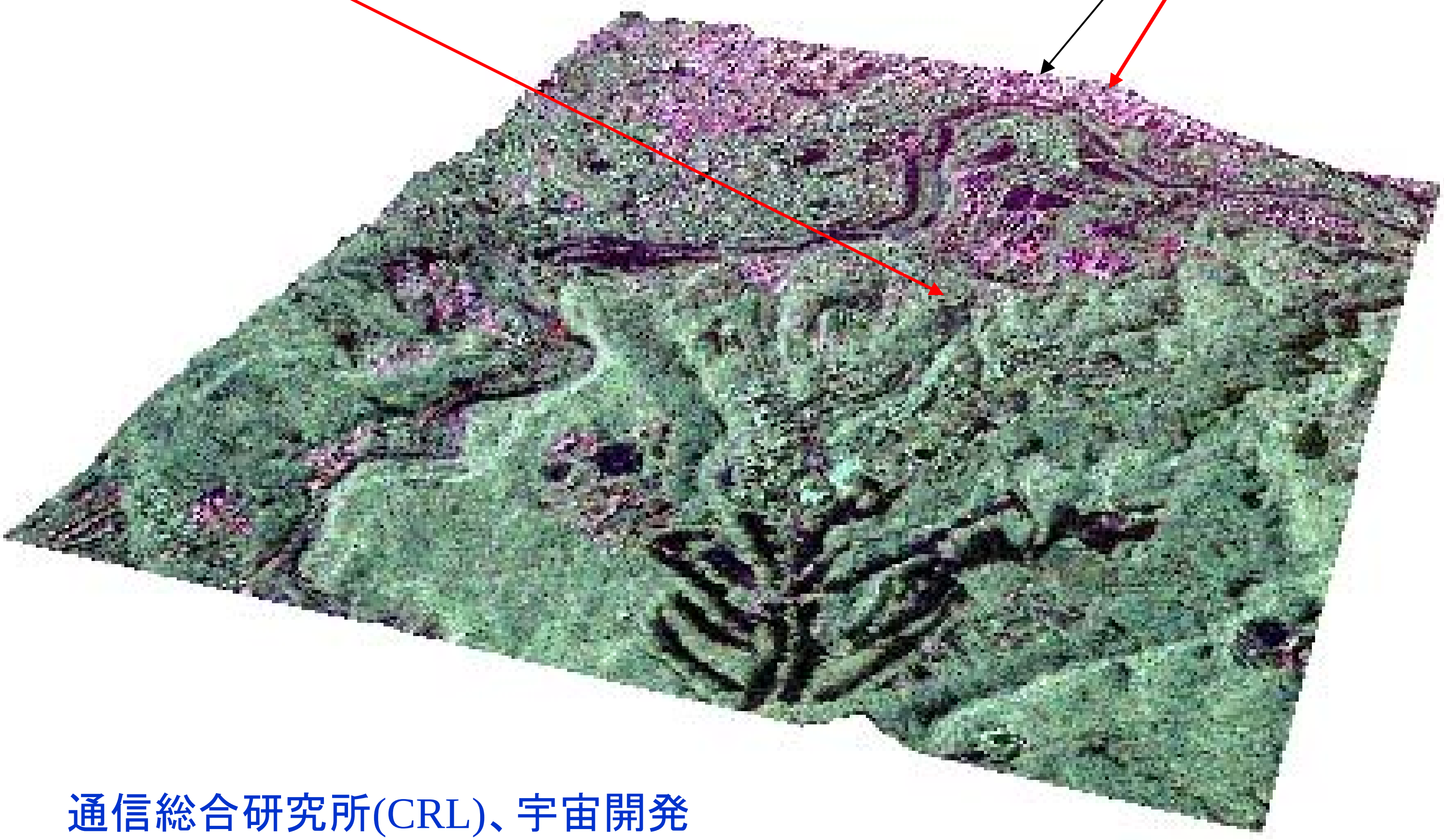
Pi-SAR+ALOS



Pi-SARによる仙台市街地レーダ立体図

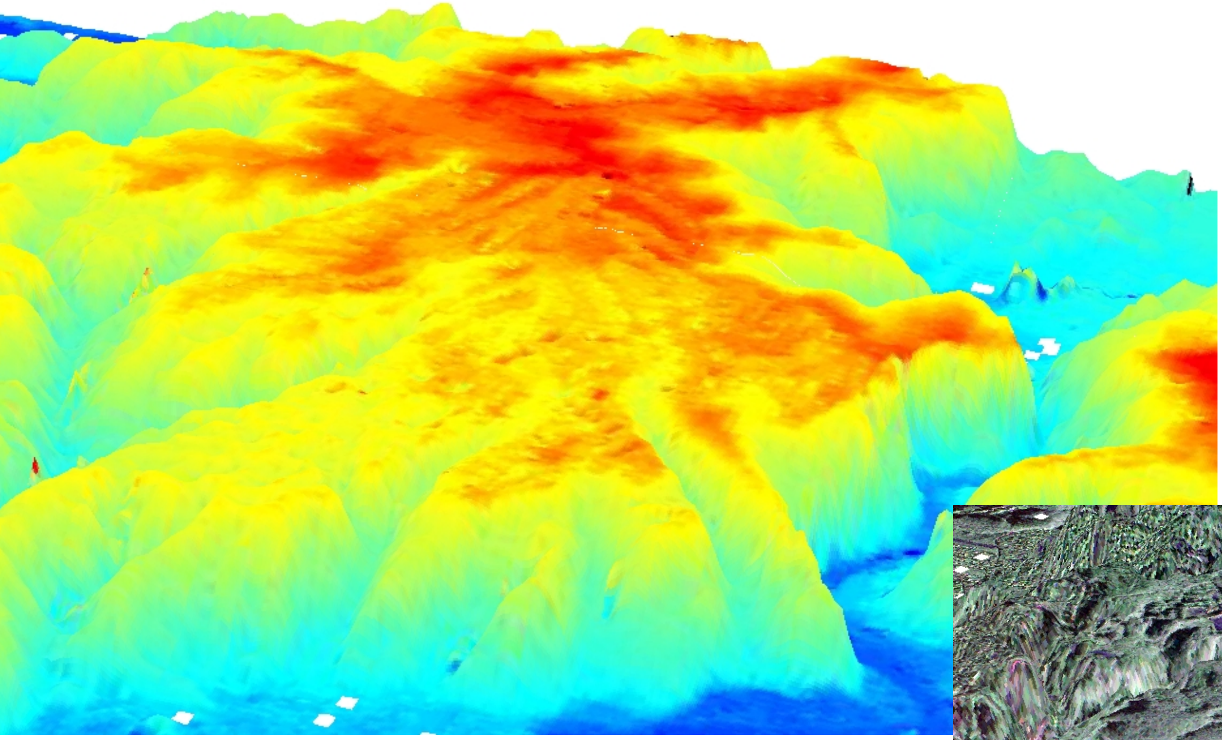
東北大学川内・青葉山キャンパス

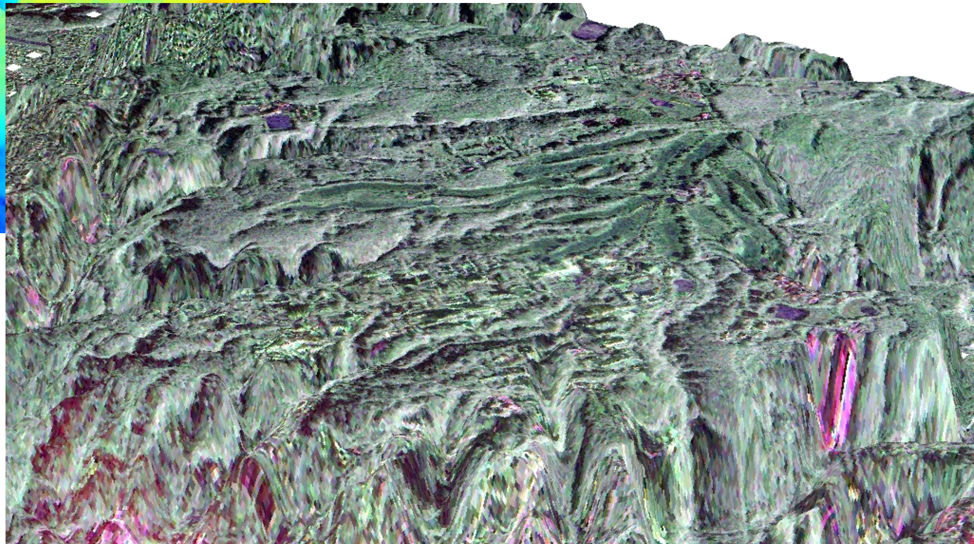
東北大学片平キャンパス



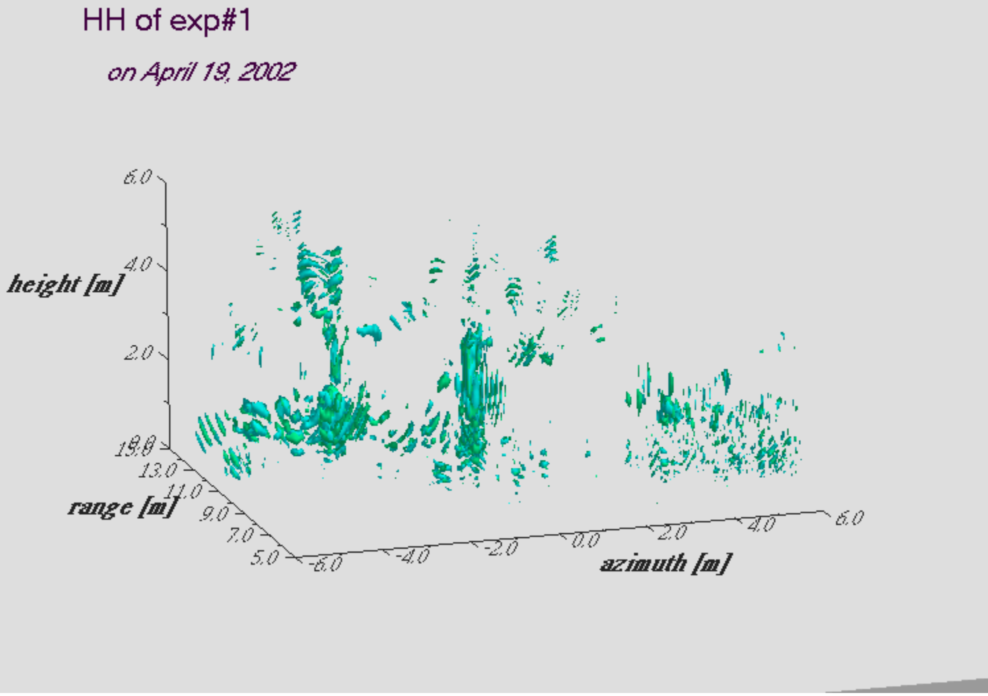
通信総合研究所(CRL)、宇宙開発事業団(NASDA)との共同研究

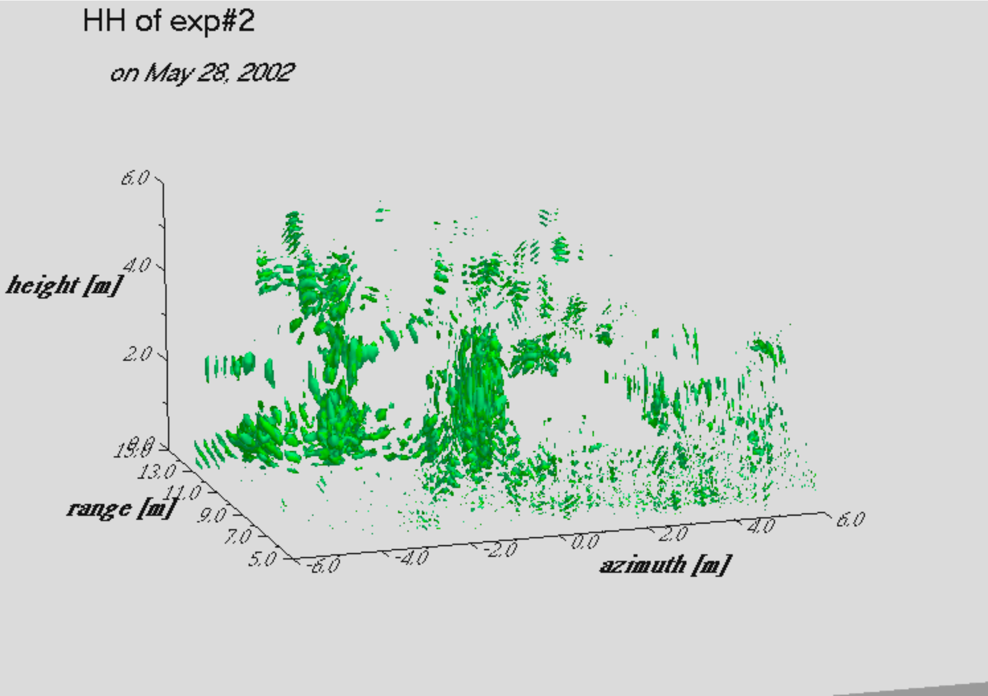
Pi-SAR DEM





地上設置SAR


HH of exp#1
on April 19, 2002
height [m]
range [m]
azimuth [m]
6.0
4.0
2.0
0.0
15.0
13.0
11.0
9.0
7.0
5.0
-6.0
-4.0
-2.0
0.0
2.0
4.0
6.0


HH of exp#2
on May 28, 2002
height [m]
range [m]
azimuth [m]
6.0
4.0
2.0
0.0
15.0
13.0
11.0
9.0
7.0
5.0
-6.0
-4.0
-2.0
0.0
2.0
4.0
6.0